Theo-Web. Zeitschrift für Religionspädagogik 7 (2008), H. 1, 48-71.

Es war einmal ein enges Paar … : Matheologie?

von

Katrin Bederna / Laura Martignon

Abstract

Nach einer kurzen Bestandsaufnahme zur fachdidaktischen Diskussion und faktischen Unterrichtskooperation werden mit den Themen „Beweisen und Argumentieren", „Unendlich", „Vollkommen" und „Komplexitätsreduktion" Dialogfelder aus fachwissenschaftlicher Perspektive skizziert, die für junge Menschen bedeutsam sind. Für die Kooperation von Mathematik- und Religionsunterricht gilt wie auch für die zwischen naturwissenschaftlichem Unterricht und Religionsunterricht, dass sie sich auf für Schülerinnen und Schüler besonders relevante Themen konzentrieren, bei ihren Alltagstheorien zum Verhältnis von Mathematik und Religion ansetzen und deren Fortentwicklung stimulieren muss. Aus diesem Prinzip folgen Kooperationsanregungen für die Fachdidaktiken und die Unterrichtsfächer, die abschließend exemplarisch konkretisiert werden.

0. Einleitung

„Wie können Sie bloß Mathematiklehrerin sein, wenn Sie doch Religionslehrerin sind?" So fragten regelmäßig die Schülerinnen und Schüler der Religionskurse der Sekundarstufe II. Methodisch, aber auch thematisch, scheinen Mathematik und Theologie aus Schülersicht disjunkt zu sein. Während die Naturwissenschaften und die Theologie durch den älteren Schülerinnen und Schülern präsente Konfliktfelder wie Anthropologie, Kosmologie, Ethik und Methodik aufeinander verwiesen sind, kennen Theologie und Mathematik solche offensichtlichen Berührungspunkte nicht. Mathematikunterricht und Religionsunterricht sind insofern keine geborenen Partner.

Mit dieser Feststellung könnten unsere Ausführungen zur Kooperation von Mathematik- und Religionsunterricht bereits enden – wären nicht beide Fächer in die Weltbildkonstruktion von Kindern und Jugendlichen involviert und wären nicht für beide wissenschaftstheoretische Fragestellungen bedeutsam. Zudem gehören zu den Objekten der Mathematik solche wie das Vollkommene und das Unendliche, deren Theorien offenbar nicht rein innermathematisch, sondern auch religiös motiviert sind. Nicht zuletzt konvergieren beide Fächer in Teilen auch formal, insofern es eine der Aufgaben der Theologie ist, mit rein logischen Schlussverfahren gute Gründe für den Glauben beizubringen und beide, Mathematik und Theologie, sich selbst immer wieder transzendieren. Der Dialog sowohl der beiden Fachwissenschaften als auch der Fachdidaktiken und der Unterrichtsfächer ist dieser Ausgangslage entsprechend leise und lückenhaft. Doch scheint letzterer, wenn schon nicht notwendig, so doch viel versprechend zu sein zur Ausbildung von religiöser und mathematischer Kompetenz der Schülerinnen und Schüler, insbesondere hinsichtlich der Sprach- und Modellierungsfähigkeit und der Fähigkeit zur Vernetzung verschiedener Weltzugänge.

Nach einer kurzen Bestandsaufnahme zur fachdidaktischen Diskussion und faktischen Unterrichtskooperation (1) wollen wir deshalb hier mit den Themen „Beweisen und Argumentieren", „Unendlich", „Vollkommen" und „Komplexitätsreduktion" Dialogfelder aus fachwissenschaftlicher Perspektive skizzieren (2), die für junge Menschen bedeutsam sind. Für die Kooperation von Mathematik- und Religionsunterricht gilt wie auch für die zwischen naturwissenschaftlichem Unterricht und Religionsunterricht, dass sie sich auf für Schülerinnen und Schüler besonders relevante Themen konzentrieren, bei ihren Alltagstheorien zum Verhältnis von Mathematik und Religion ansetzen und deren Fortentwicklung stimulieren muss.[1] Aus diesem Prinzip folgen Kooperationsanregungen für die Fachdidaktiken und die Unterrichtsfächer, die abschließend exemplarisch konkretisiert werden sollen (3).

1. Kooperation von Mathematik- und Religionsunterricht und Dialog der Fachdidaktiken. Eine Bestandsaufnahme

Mathematik- und Religionsunterricht kooperieren in der Schulwirklichkeit äußerst selten. Es gibt jedoch zahlreiche niederschwellige Bezüge der beiden Unterrichtsfächer aufeinander, die im Schulalltag auch faktisch als solche wahrgenommen und umgesetzt werden. Sie lassen sich wie folgt systematisieren, hier aufsteigend geordnet nach der fachlichen Relevanz der Bezüge im Unterrichtsgeschehen:

a) Elemente der religiösen Tradition als Einsprengsel im Mathematikunterricht
Anlässe zum mathematischen Nachdenken finden sich in der christlichen Tradition viele, insbesondere im Kirchbau (Zahlen und geometrische Formen, Symmetrien), in biblischen Texten (bspw. der Näherungswert von π in 1 Kön 7, 23) und allgemein in der Symbolwelt (Zahlen und Formen). Auch die moderne Frage nach der Kompatibilität einer Weltkonzeption, in der Zufall und Wahrscheinlichkeit konstituierend sind, mit den Vorstellungen der Schüler zu Prädestination und Handeln Gottes („Gott würfelt nicht“[2]) kann theologische Überlegungen im Mathematikunterricht anregen. Zumeist bleiben diese Anlässe im Mathematikunterricht allerdings bloße Einsprengsel, werden also nur als Startpunkt bzw. Einkleidungen verwandt bzw. kurz gestreift und nicht in ihrem Eigensinn wahrgenommen.

b) Mathematische Werkzeuge im Religionsunterricht
Bisweilen benötigt auch der Religionsunterricht spezifisch mathematische Kompetenzen, so bei empirischen Erhebungen oder Aufbereitung von Daten durch die Schülerinnen und Schüler (Statistik, Modellierung, Mittelwertbildung etc.), im Rahmen der Kirchenpädagogik (Messen, elementare Zahlentheorie, geometrische Grundkenntnisse) oder ethischer Fragestellungen (Gerechtigkeit und Wahlparadoxien). Auch hier gilt ähnlich wie unter (a), dass eine Vertiefung der mathematischen Sache und eine explizite Verbindung der Unterrichtsfächer kaum stattfindet, dass also die mathematischen Methoden bloßen Werkzeugcharakter haben.

c) Personelle Schnittstellen
Die Mathematik- und Theologiegeschichte hat viele personelle Überschneidungen – von Nikolaus Cusanus über Blaise Pascal bis hin zu Georg Cantor –, kennt jedoch auch Atheisten wie George Hardy, die sich in der Begründung ihres Atheismus explizit auf ihre mathematisch-physikalische Forschung berufen.[3] Im Mathematikunterricht beschränkt sich der Bezug auf Mathematiker leider zumeist auf Jahreszahlen, obwohl die Schülerinnen und Schüler durch vertiefte biographische Überlegungen Mathematik als lebendiges Modellierungsgeschehen kennen lernen könnten, dem willkürliche bzw. weltanschaulich oder religiös motivierte Entscheidungen bei der Objektwahl zugrunde liegen. Durch die Einbettung von Mathematik in eine ideengeschichtliche Perspektive und durch eine biographische Betrachtungsweise kann die Vorstellung von Mathematik als fertigem, von den Schülerinnen und Schülern nur zu

[1] Vgl. ROTHGANGEL 2003, 136; KROPAC 2003, 138.
[2] Albert Einstein (siehe PAIS 1982, 466-482).
[3] HARDY 1993.

begehendem Gebäude durchbrochen werden. Das Kennenlernen von ‚Theomatikern'[4] und ‚mathematischen Atheisten' kann zudem in beiden Unterrichtsfächern dem spätestens in der Pubertät entstehenden schülertypischen Dualismus von Mathematischem und Religiösem begegnen und kann die Diskussion der Zusammenhänge beider Weltzugänge anregen.

d) Erhellung religiöser Phänomene durch mathematische Betrachtung

Paradigmatisch ist hier die Erschließung kirchlicher Räume als Orte religiösen Lernens: Die Kirchenpädagogik will Kindern und Jugendlichen behilflich sein, die Dimensionen der Kirchenräume (Beheimatung, Transzendenz, Tradition, Ritual, Ordnung) zu erschließen und sie als Orte gelebten Glaubens zu deuten.[5] Dabei muss Mathematik nicht bloß Werkzeugcharakter haben. Die Schülerinnen und Schüler können vielmehr als ‚Theomatiker' Symmetrien, Zahlenverhältnisse (Goldener Schnitt) oder Akustik erforschen, was wiederum in gemeinsame ästhetische, schöpfungstheologische und symboltheoretische Überlegungen einfließen kann. Ähnliches gilt auch für eine schöpfungstheologische Betrachtung der natürlichen Umwelt (Ordnungsstrukturen, Symmetrien, Zahlen und ihre Symbolik).

e) Gemeinsame thematische Erarbeitung

In der Praxis bedeutsam, weil für Jugendliche relevant, ist hier die wissenschaftstheoretische Frage nach dem Erkenntnisanspruch der Bezugswissenschaften Mathematik und Theologie. Sowohl faktisch als auch in den Alltagstheorien der Jugendlichen wird unter der Überschrift „Wissen und Glauben“ zumeist nur das Verhältnis der Naturwissenschaften zur Theologie verhandelt und die Frage nach Mathematik und Theologie (nicht zuletzt aufgrund der hier komplexeren Verhältnisbestimmung) ausgeklammert. Doch verspricht gerade Letzteres, insbesondere die Beweisthematik und die Frage des Existenzbegriffs, ein vertieftes Verstehen beider Weltzugänge und deren Verschränkung. Gleicherweise kompetenzerweiternd ist die Thematisierung des Begriffs „Unendlich“, die aus entwicklungspsychologischen Gründen[6] allerdings ebenfalls erst gegen Ende der Sekundarstufe I bzw. in der Sekundarstufe II möglich und in der Praxis seltener anzutreffen ist. ‚Das Unendliche' ist unserer Erfahrung nach für Schülerinnen und Schüler sehr motivierend. Die Betrachtung dieses Polysems aus doppelter Fachperspektive erhöht die begriffliche Sensibilität der Schülerinnen und Schüler und zeigt paradigmatisch, wie einerseits ein mathematisches Objekt u.a. aus religiösen Gründen konstruiert und teils sogar als glaubensrelevant begriffen wird, wie andererseits ein Begriff von außen in die jüdisch-christliche Theologie einwandert, das Gottesbild beeinflusst und mathematisch wie theologisch fortentwickelt wird. Der Begriff „Vollkommen“ bietet motivierende und inspirierende Berührungspunkte (Vollkommenheit der so genannten perfekten Zahlen oder der platonischen Körper sowie der „optimalen“ Lösungen von funktionalen Gleichungen – „Ihr sollt also vollkommen sein, wie es auch euer himmlischer Vater ist.“ Mt 5,48).

Der Dialog der Wissenschaften Mathematik und Theologie erscheint schmal und wird meist von Mathematikern und Theologen in Personalunion bestritten.[7] Dasselbe gilt einmal mehr für den **Dialog der Fachdidaktiken**. Zwar werden immer wieder thematische Bezüge und Ideen gesammelt und den Unterrichtenden zur Erarbeitung vor-

[4] Dieser Begriff entstand im Zuge des von der Universität Tübingen ausgerichteten Romseminars 2006 (Theologie und Mathematik), geleitet von Rainer Nagel und Gregor Nickel.
[5] Vgl. RUPP 2006, 18, GLOCKZIN-BEVER / SCHWEBEL 2002.
[6] Vgl. RITTER 1994, 47f.
[7] So bspw. zum Thema des Unendlichen: McDERMOTT 1986; HATTRUP 1996; NEIDHART 2007.

geschlagen,[8] doch ist ein echter Dialog zwischen Religions- und Mathematikdidaktik im Sinne eines produktiven sachzentrierten Miteinanders äußerst selten, da er sich von der Sache her nicht aufdrängt wie bspw. zwischen Religions- und Geschichts-, Politik- oder Sprachdidaktik. Diskutiert werden hier vor allem wissenschaftstheoretische Fragen, die Beweisthematik und der Begriff „Unendlich".[9] Dies geschieht zudem nicht explizit in didaktischer Hinsicht, sondern verbleibt auf der Ebene der sachlichen Auseinandersetzung.

2. Inhaltliche Dialogfelder

2.1 Beweisen und Argumentieren

Im Alltag gelten Überzeugungen als rational, wenn sich gute Gründe für sie anführen lassen und wenn alle Schlussfolgerungen kohärent voneinander abgeleitet werden. Nicht nur unter den Schülerinnen und Schülern, sondern auch in weiten Teilen von Kirche und Gesellschaft ist die Auffassung verbreitet, solche ‚guten Gründe' fehlten im Fall des Glaubens. Er sei also eine willkürliche Angelegenheit und Theologie partizipiere – als Glaubenswissenschaft – an dieser Irrationalität des Glaubens. Folgte man dieser Auffassung, so müsste man die Wissenschaftlichkeit der Theologie aufgegeben. Jede Beteiligung der Theologie an intellektuellen Diskursen (wie auch dieser Artikel) wäre dann von vornherein unmöglich. Der Mensch ist jedoch ein Vernunftwesen und will als solches wenigstens gute Gründe für seine Lebensentscheidung angeben können, so auch für die Lebensentscheidung, auf den Gott Jesu Christi zu vertrauen. Wäre Glaube also tatsächlich irrational, so gäbe es für Christen keinen einheitlichen Lebensentwurf, sie lebten in zwei Welten. Zudem beansprucht das Christentum, von einer das Ganze der Wirklichkeit angehenden, alle Lebensbereiche einbegreifenden Wahrheit zu künden. Wäre es irrational, wäre dieser Anspruch obsolet. Glaube und mit ihm die Theologie können sich also selbst nicht als unsinnige Angelegenheit verstehen. Die Hoffnung der Christen ist nicht willkürlich und individuell. Sie will sich im Wettstreit des Lebens und der Argumente bewähren. So heißt es im 1. Petrusbrief (3, 15): „Seid stets bereit, jedem Rede und Antwort zu stehen, der nach der Hoffnung fragt, die euch erfüllt". Hier gute Gründe zu benennen ist Aufgabe der Theologie.[10] Gute Gründe nennen heißt allerdings nicht „beweisen". Die Wahrheit des Glaubens ist nicht rational konstruierbar. Denn erstens ist die Selbstoffenbarung Gottes eine geschichtliche und schon von daher nicht, wie beispielsweise Lessing es glaubte, in Vernunftwahrheit überführbar. Und zweitens ist die Bestimmung Gottes als Liebe die eines freien Geschehens. Dass Gott *dieser* ist und sich also den Menschen zuwendet, muss sich als wirklich erst frei geschichtlich erweisen. Gute Gründe nennen heißt zuallererst rein philosophisch, ohne Rückgriff auf Glaubensprämissen, einen Gottesbegriff zu explizieren und somit zumindest die Möglichkeit der Selbstoffenbarung Gottes und die Angewiesenheit des Menschen auf diese darzulegen. Nur auf dieser Grundlage kann die Theologie teilnehmen am vernünftigen Ringen um die Wahrheit. Das heißt jedoch nicht, dass Gott selbst ‚begriffen' werden könnte. Der zu explizierende Gottesbegriff muss die Unfassbarkeit, die das Lateranense IV fordert, wenn es sagt, vom Schöpfer und Geschöpf könne keine Ähnlichkeit ausgesagt werden, ohne dass sie eine größere Unähnlichkeit einschlös-

[8] So bspw. ARMBRUST 1999; MOTZER 2005; BREIDERT 1998; REICHEL 1998.

[9] Lesenswert sind hier insbesondere HAUNHORST 1986; RITTER 1994; WEISGERBER 1997. Eine anregende Sammlung an Unterrichtsmaterialien zum Unendlichen bietet RUDOLF 2002.

[10] Wir folgen mit dieser These und mit den sie im Folgenden stützenden Argumenten dem Münsteraner Dogmatiker Thomas Pröpper (Vgl. PRÖPPER 2001, 72-92). Zum wissenschaftstheoretischen Hintergrund und der Diskussion theologischer Begründungsproblematik vgl. TÜRK 1998, MÜLLER 1998.

se, selbst implizieren. Gleich ob der Gottesbegriff nun wie bei Thomas Pröpper in Freiheitskategorien[11] oder bei Klaus Müller in Selbstbewusstseinskategorien[12] geformt wird, impliziert gerade eine solche klare denkerische Fassung einen Überschuss. Freiheit ist unbedingter Ursprung, immer Original und nie im Begriff tatsächlich begriffen. Selbstbewusstsein bleibt durch die Trennung und Identität von Subjekt und Objekt und dadurch, dass es sich nicht selbst hervorgebracht hat und doch nicht von anderem hervorgebracht sein kann, ein Paradox. Ein Symbol für diesen Sachverhalt – also für die höchste begriffliche Klarheit gepaart mit Unfassbarkeit – findet Cusanus in der Mathematik, der Zahl π:[13] Als Verhältnis von Kreisumfang zu Kreisdurchmesser ist sie klar bestimmt und doch ist sie nie vollständig angebbar.
Theologie ist weit mehr als diese philosophische Basisarbeit. Moderne Theologie ist Hermeneutik des Glaubens, also Verstehensarbeit, Vermittlungsarbeit, vernunftgemäße Auslegung der Wahrheit des Glaubens und ihre Vergegenwärtigung. Sie ist also in erster Linie den anderen hermeneutischen Wissenschaften wie Literaturwissenschaft oder Geschichtswissenschaft verwandt und ihren wissenschaftlichen Methoden verpflichtet. Gemeinsam mit ihnen müsste sie das seit Descartes dominierende an der Mathematik orientierte Wahrheitsideal in seine Schranken weisen. In ihren philosophischen Grundlegungsfragen, der Explikation eines Gottesbegriffs und der Frage nach der menschlichen Angewiesenheit auf diesen Gott, ist ihre Rationalität jedoch der mathematischen – insofern die Mathematik rein logisches Schließen ist – am nächsten.
Die Mathematik befindet sich in den Augen der Schülerinnen und Schüler auf der entgegengesetzten Seite des Rationalitätsspektrums. Die hohe Gewissheit, mit der mathematische Erkenntnisse einhergehen und die sie der Theologie voraus hat, folgt allerdings nicht aus ihrer einzigartigen Vernünftigkeit, sondern schlicht aus ihrem hohen Abstraktionsgrad. Mathematik lebt in einem mentalen Raum. Sie bezieht sich nicht wie die Theologie als Hermeneutik des Glaubens auf etwas ihr Äußeres, auf eine Wahrheit, die die Fülle selbst ist, sondern ist rein formal, also inhaltsleer. Wenn ein Mathematiker „$\exists$“ schreibt, ist das ein „es existiert“ ohne ontologische Relevanz. Einfacher gesagt: In der Mathematik existiert ‚eigentlich' gar nichts. Dabei entdeckt sie nicht unabhängig vom Menschen existierende ewige Wahrheiten (wie eine Tradition von Platon über Augustinus bis Cantor und darüber hinaus annimmt und was Cantor die Auffassung erlaubte, die unendlichen Mengen führten direkt zum Thron Gottes). Sie ist vielmehr endliches Werk endlicher Menschen, entwirft Modelle, mit denen eventuell die Wirklichkeit besser beschrieben, durchschaut werden kann als ohne sie. Dabei sind ihre Objekte und die Wege, auf denen sie ihre Theorien konstruiert, gewählt und also kontingent. Und ihre Gewissheit hat, wie wir spätestens seit der Grundlagenkrise der Mathematik durch die Russelschen Antinomien und den Gödelschen Unvollständigkeitssatz wissen, grundsätzliche Lücken.
Wie eine so verstandene Mathematik und Theologie zusammenstimmen, lässt sich beispielhaft an Gottesbeweisen studieren. Unter ihnen gibt es explizit mathematische wie den Gödelschen Gottesbeweis von 1970.[14] Dass sich theologische Argumentation im Rahmen der Gottesbeweise des mathematischen Denkens bedient hat, gilt allerdings auch für die bekanntesten Gottesbeweise wie den ontologischen des Anselm von Canterbury, die *quinque viae* des Aquinaten oder die Pascalsche Wette, die wir im nächsten Abschnitt in didaktischer Hinsicht noch gesondert betrachten wollen. Folglich gibt es für sie verschiedenste und vieldiskutierte Varianten der Mathe-

[11] Vgl. PRÖPPER 2001, 5-22.
[12] Vgl. MÜLLER, 1994, 561-601.
[13] VGL. NIKOLAUS VON CUES 1984, 34ff.
[14] GÖDEL 1995, 430f; eine eingängige Rekonstruktion findet sich in NEIDHART 2007, 748-756.

matisierung[15], d.h. der Übertragung in die Sprache der mathematischen Logik oder bei Pascal in die Sprache der Entscheidungstheorie[16] mit dem Ziel, die Beweisführung deutlicher zu verstehen und in der Rekonstruktion eindeutig überprüfbar zu machen. Da dies im Detail mathematisch sehr voraussetzungsreich und also hier in der Darstellung raumgreifend wäre, wollen wir uns auf eine Darstellung der mathematischen Denkform an der Struktur des Anselmischen Beweises beschränken.
Der Anselmische Gottesbeweis[17] – die Urform des übrigens auch von Gödel aufgenommenen ontologischen Arguments – besteht aus einem direkten Beweis in Form eines Syllogismus, innerhalb dessen ein indirekter Beweis nötig wird: Sei
a:= Gott
b:= Das, über das Größeres hinaus nicht gedacht werden kann: Es existiert kein b' mit b' > b.
c:= Etwas Existierendes.

Syllogismus
(1) $a = b$
(2) $b = c$
(3) $\Rightarrow a = c$
Die Gleichung (1), also der anselmische Gottesbegriff, ist gedanklich bereits ca. 700 Jahre zuvor von Augustinus vorbereitet.[18] Anselm führt diesen Gottesbegriff ein als Glaubensinhalt. Der Glaube identifiziert den im Gebet angesprochenen Gott Jesu mit dem „aliquid quo nihil maius cogitari possit"[19]. Mathematisch gesprochen ist diese erste Gleichung also ein Axiom. Die Gleichung (2) ist zu zeigen.

Indirekter Beweis der Gleichung (2)

(i) Annahme $b \neq c$
(ii) Sei $b' := b$ als real existierend gedacht,
dann gilt $b' > b$
Dies ist ein Widerspruch zur Definition von b.
$\Rightarrow \neg (b \neq c) \Leftrightarrow b = c$

Axiomatisch vorausgesetzt ist hier wiederum die Ungleichung (ii), also dass wirkliches Sein ‚mehr' ist als begriffliches Sein (ein realer Lottogewinn ist mehr als ein nur geträumter). Festzuhalten ist an dieser Stelle: Die Struktur des anselmischen Beweises ist eine typisch mathematische, Syllogismus und Beweis über Widerspruch. Die logisch-mathematische Struktur ist unangreifbar. Angreifbar sind nur die axiomatischen Voraussetzungen. Genau dort setzt denn auch die Kritik an. Triftig ist hier immer noch Kant.[20]

„Sein ist offenbar kein reales Prädikat, d.i. ein Begriff von irgendetwas, was zu dem Begriffe eines Dinges hinzukommen könne. Es ist bloß die Position eines Dinges. [...] Denn, da diese den Begriff, jene aber den Gegenstand und dessen Position an sich selbst bedeuten, so würde, im Fall dieser mehr enthielte als jener, mein Begriff nicht den ganzen Gegenstand ausdrücken, und also auch nicht der angemessene Begriff von ihm sein."[21]

[15] Siehe RADBRUCH 1989, 76-82 mit weiterführender Literatur.
[16] Siehe ZANONI 2006.
[17] ANSELM 1995, 84-87 (Proslogion 2).
[18] Augustinus 1962, 137ff (De libero arbitrio II, 6,14).
[19] ANSELM 1995, 84 (Proslogion 2).
[20] Mit diesem Schluss vereinfache ich aus Gründen der Darstellung: Die Kantische Argumentation wendet sich an die Cartesische Fassung des ontologischen Arguments und die Kantische Kritik findet sich in Ansätzen schon bei Thomas.
[21] KANT 1995, 533f. (Kritik der reinen Vernunft B 626-627, A 598-599).

Wenn also die Existenz dem Begriff etwas hinzufügte, wäre der Begriff nicht der richtige. Die Ungleichung (ii) ist somit falsch. Was folgt damit für den Anselmischen Gottesbeweis? Er ist nicht null und nichtig. Er ist in seine Schranken verwiesen. Er hat nicht zeigen können, dass Gott tatsächlich existiert (ist also nicht aus dem Denken heraus gesprungen). Zeigen kann er so allerdings, dass wir Gott nicht anders als existierend denken können.[22] Um dies zu verdeutlichen: Denken Sie sich, Sie hätten im Lotto gewonnen. Sie können sehr wohl mitdenken, dass Sie nicht tatsächlich gewonnen haben. Gott können wir – nach Anselm – jedoch **nicht** denken und zugleich denken, dass er nicht tatsächlich existiert. Gott ist also kein Lottogewinn. Gott ist vielmehr wie ein Junggeselle. Wir können diesen qua Begriff nicht als verheiratet denken. Wir können Gott nicht als nicht-existierend denken. Im Anselmischen Gottesbegriff ist die Existenz also analytisch enthalten. Das heißt jedoch für die tatsächliche Existenz Gottes leider noch gar nichts.
Was hier so verwirrend klingen mag, ist das tägliche Geschäft der Mathematiker. Wir sagten gerade: In der Mathematik existiert eigentlich gar nichts. Sie führt wie der Beweis Anselms nur zu Denknotwendigkeiten. Die Mathematik ist, will und kann nun von vornherein nichts anderes. Das Gesamtsystem der Mathematik besteht aus Axiomen, Kalkülen und Theoremen. Wer Mathematik betreibt, beweist, d.h. leitet kalkülisiert aus Axiomen Theoreme her. Die Theologie hingegen will viel mehr. Sie will Wirklichkeit. Sie bezieht sich auf Geschichte und Wirklichkeit des Glaubens. Wenn sie sich in ihrer Basisarbeit – nämlich der Selbstvergewisserung der Vernunftgemäßheit ihrer Glaubensinhalte beispielsweise in den sogenannten Gottesbeweisen – auf mathematisches Denken einlässt (und sich so bereichern lässt), muss sie sich der Grenze dieses Vorgehens bewusst sein. In die Geschichte, in die geglaubte Wirklichkeit, gelangt sie so nicht. Ob die so entworfenen Modelle die Wirklichkeit besser beschreibbar machen, muss sich erst zeigen.

2.2 Die Pascalsche Sicht als didaktische Brücke zwischen Mathematik und Theologie

Obschon heutzutage Religion nicht unmittelbar mit Rationalität und Logik in Verbindung gebracht wird, war die theologische Tradition der Scholastik durch die Festlegung von strenger logischer Überprüfung ihrer Argumente charakterisiert. Die Gottesbeweise, die in 2.1 besprochen wurden, erheben den Anspruch auf logische Konsistenz, der für die Theologie jener Zeit charakteristisch war. Die Suche nach der theologischen Wahrheit musste den Regeln der Syllogismen folgen, genau wie die Suche nach mathematischer Wahrheit jenen Regeln seit dem fünften Jahrhundert vor Christus folgen musste. Es handelte sich bei beiden Disziplinen um die Sehnsucht nach absoluten Gewissheiten. Darin hatte der Beitrag des Hellenismus sowohl zur westlichen Mathematik als auch zur christlichen Theologie bestanden. Platon hatte nämlich unsere Welt in zwei Reiche aufgeteilt: in die himmlische Welt der unveränderlichen Ordnung des wahrhaft Seienden, der Ideen und des absoluten Wissens einerseits und die irdische Welt der veränderlichen Erscheinungen und der Unsicherheit andererseits. Theologen und Mathematiker hatten ihr Denken in der Welt der unveränderlichen Ordnung situiert. Sie hatten damit bewusst die Unsicherheit der alltäglichen Realität ignoriert.[23] Doch die Zeit der Reformation und Gegenreformation – zugleich die Zeit der Einführung sehr präziser Messinstrumente in den Naturwissenschaften – bewirkte eine Revolution der klassischen Schlussfolgerungsmechanismen und somit eine Veränderung der Strukturierung von Theoriebildung.

[22] ANSELM 1995, 86f. (Proslogion 3).
[23] DASTON 1988.

Allmählich setzte sich ein bescheideneres Ideal durch. Man begnügte sich damit, dass vollständige Gewissheit oft unerreichbar ist, hielt aber daran fest, dass das verfügbare Maß an Wissen ausreicht, um „vernünftige Schlüsse" zu ziehen. Während das Instrument des Schlussfolgerns vor der Aufklärung die Logik gewesen war, entwickelte sich für das Schließen unter Unsicherheit ein neues Kalkül. Blaise Pascal, einer der enthusiastischen Begründer der Wahrscheinlichkeitstheorie, war sich dessen bewusst, dass diese neue Form des Schließens auch die theologischen Fragen umformulieren würde. Pascal war dennoch ein frommer und gläubiger Christ.
Zanoni erzählt uns,[24] wie Pascal in seinen Pensées die Frage nach der Existenz Gottes in einem völlig neuen Licht stellt. Es geht nicht mehr um eine sichere Wahrheit, sondern um einen Erwartungswert. Eine Erwartung ist nicht sicher, sondern ähnlich dem Resultat einer Wette. Pascals Wette kann man so zusammenfassen: *„Ich weiß nicht, ob Gott existiert. Aber ich weiß, wenn ich an ihn glaube und er nicht existiert, dann werde ich einige Momente weltlicher Lust und Laster versäumen. Wenn ich aber nicht an ihn glaube und er dennoch existiert, dann werde ich mit ewiger Verdammung und ewigem Elend dafür bezahlen. Worauf soll ich wetten?"*

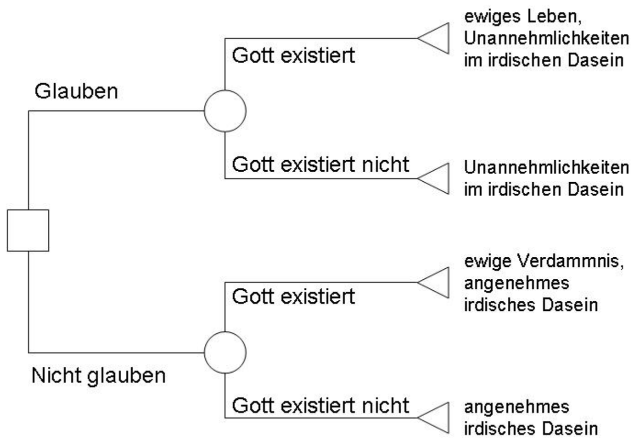

Abb. 1: Dieser Baum illustriert Pascals Entscheidungsschema.

Pascals Wette bietet heutzutage unter anderem auch didaktische Anknüpfungspunkte für Diskussionen über die Kombination von mathematischen und theologischen Argumenten. Sie illustriert nämlich eine radikal neue Denkweise, die mit der Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie einherging. Glaube und Vernunft können ineinander verschränkt werden. Es ist wohl kein Zufall, meint Gigerenzer[25], dass zur selben Zeit, als das neue Denken in Wahrscheinlichkeiten und Erwartungen Fuß fasste, der Gebrauch der Folter in Europa zurückging. Die Folter war ein Werkzeug der Wahrheitsfindung gewesen und zwar im Sinne einer heiligen Inquisition, für die der Zweck, nämlich die absolute Wahrheit, alle Mittel heiligte. Die Unsicherheit als reale Charakteristik aller weltlichen und metaphysischen Themen, die als unmittelbare Konsequenz die Einführung der Stochastik als Inferenzmethodologie hatte, bewirkte tiefgründige Veränderungen der Weltanschauung westlicher Bürger.

Kein Mathematiker bietet eine stärkere Verbindung zwischen moderner Mathematik und Theologie als Pascal. Er verkörpert eine aufgeklärte, mathematische Geisteshaltung mit einem religiösen Lebensinhalt. Seine These „Das Herz hat Gründe, die die

[24] ZANONI 2006.
[25] GIGERENZER 2004.

Vernunft nicht versteht“ setzt der Vernunft Grenzen, die uns auf paradoxe Art wiederum vernünftig erscheinen. Wirklich vernünftig ist derjenige, meint Pascal in den Pensées, der die Grenzen der strikt mechanistischen Ebene unserer Repräsentation der Naturphänomene erkennt. Pascal erkannte bereits zu seiner Zeit, dass es mehrere Beschreibungsebenen der Analyse geben muss und dass die Ratio nicht alles allein auf das logisch Ableitbare „reduzieren“ kann. Er schien jene möglichen Exzesse der Rationalität zu erahnen, die ein Jahrhundert später den Terror der französischen Revolution hervorbringen würden. Wir können uns sehr wohl, beispielsweise in Klasse 10 aller Schultypen, eine aufgeklärte und aufklärende Diskussion über die Gedanken von Pascal vorstellen, die auf authentisch interdisziplinäre Art Brücken zwischen Religion und Mathematik schlagen kann. Heute ist Freeman Dyson, ein bedeutender mathematischer Physiker, der Wissenschaftler, der Pascals Ideen in moderner Form vertritt.[26]

2.3 Unendlich

Der Mathematik und der Theologie gemeinsam ist der Drang, die eigenen Systeme und Modelle zu transzendieren und Neues zu konstruieren, beispielhaft in den Zahlbereichserweiterungen: Die Schritte von den natürlichen Zahlen zu den ganzen Zahlen und von dort zu den rationalen Zahlen mögen noch leicht mitzugehen sein. Die rationalen Zahlen liegen dicht auf der Zahlengerade (unmathematisch gesagt: sie lassen auf der Zahlengerade keine Lücken, sie bilden alles ab, zwischen zwei rationalen Zahlen, gleich wie nah sie beieinander liegen, gibt es immer eine dritte). Und doch gibt es zwischen ihnen noch unendlich viele andere nicht rationale Zahlen (eine Entdeckung, die übrigens die Pythagoräer in die Krise stürzte). Und obwohl wir damit schon alles und noch einmal alles an Zahlen haben, konstruieren die Mathematiker und Mathematikerinnen Zahlen, die nicht mehr eindimensional dem Zahlenstrahl folgen, die komplexen Zahlen, aufbauend auf etwas, das es wiederum ‚eigentlich’ nicht gibt: der Zahl, deren Quadrat gleich -1 ist. Ohne sie gäbe es keine Funktionentheorie und viele Eigenschaften von Funktionen, die im Reellen verborgen sind, könnten nicht genutzt werden. Und diese Überstiegsbewegung ist mit den transfiniten (also ‚jenseits-endlichen’) Zahlen, mit denen man über das Unendliche hinauszählen kann…) noch nicht zu Ende.[27] Diese Bewegung, die bekannten Vorstellungen und Modelle zu transzendieren, um mehr zu erkennen, ist die des Glaubens. Es muss im Leben mehr als alles geben. Es gibt – mathematisch und theologisch – immer mehr als es gibt. Verschwiegen werden darf hier natürlich nicht, dass dies nur eine formale Nähe zwischen Theologie und Mathematik ist. Und verschwiegen werden darf insbesondere nicht die Inkommensurabilität in der Verwendung des Ausdrucks „es gibt“. Während das mathematische „es gibt“ rein formal eine Denknotwendigkeit bezeichnet, behauptet das theologische ontologische Relevanz.

Die Bewegung des Transzendierens führt beide, Mathematik wie Theologie, zum Begriff des Unendlichen – wobei wiederum ein mathematisches und ein theologisches Unendliches unterschieden werden müssen. Didaktisch gehen wir aus von den intuitiven Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler. Mit dem Unendlichen verbinden sie vielleicht eine Gerade, ohne Anfang und Ende oder das „Immer weiter zählen können“. Dies sind Vorstellungen *potentieller Unendlichkeit*. Diese ist selbst noch nicht sonderlich problematisch (und sie ist für eine Tradition von Aristoteles bis Poin-

---

[26] DYSON 2005.

[27] Wir bezeichnen mit der Ordinalzahl ω (Unendlich) die Ordinalzahl von N. Mit diesen transfiniten Zahlen lässt sich über Unendlich hinaus unendlich weiterzählen ($\omega \neq \omega + 1$, aber $1 + \omega = \omega$).

caré und Gauß die einzige Unendlichkeit). Oder sie denken an die natürlichen Zahlen als einen Sack, der aktuell vorliegt, oder an Unfassbarkeit, unausdenkliche Fülle, Ewigkeit, die etwas anderes ist als nicht endende Zeit. Dann sind sie bei der *aktualen Unendlichkeit* (und damit bei Augustinus und Duns Scotus oder Bolzano und Cantor) – aber auch bei den großen denkerischen Problemen. Quer zu dieser Unterscheidung in potentielle und aktuale Unendlichkeit liegt die Unterscheidung zwischen 1. *unendlichen Mengen* (z. B. die Menge der natürlichen Zahlen, die Menge aller Punkte im Kontinuum) und 2. dem *qualitativ Unendlichen* (unendliche Liebe, Güte, unendliches Wissen und Können). Das Erste ist spezifisch mathematisch, das Zweite spezifisch theologisch. Doch haben sich beide Vorstellungen theologiegeschichtlich wie logisch gegenseitig hervorgetrieben.

Wir wollen im Folgenden als Beispiel für die Bezüge zwischen theologischem und mathematischem Unendlichen kurz skizzieren, wie das mathematische Unendliche bei Cantor zum theologischen wird und wie wir aus dem oben skizzierten Anselmischen Gottesbegriff eine Definition des Unendlichen gewinnen können. Dazu braucht es zuerst eine Definition einer unendlichen Menge: Eine Menge heißt unendlich, wenn es eine echte Teilmenge gibt, die zu ihr gleichmächtig ist, wenn es also eine bijektive Abbildung zwischen der Menge und ihrer echten Teilmenge gibt.[28]
Nun könnte man meinen, alle unendlichen Mengen seien gleichmächtig. Das ist aber keineswegs der Fall. Es gibt Unterschiede im Unendlichen $\propto$. So ist $|N| < |R|$, denn N ist abzählbar unendlich, R jedoch ist überabzählbar unendlich. Für die Klasse aller zu N gleichmächtigen Mengen führte Cantor die Kardinalzahl $\aleph_0$ ein. $\aleph_0 := |\mathrm{N}|$ ist die kleinste unendliche Kardinalzahl. Es gibt unendlich viele unendliche Kardinalzahlen. Das kann man sich daran verdeutlichen, dass die Potenzmenge einer Menge immer mächtiger ist als diese selbst. Vorhin schrieben wir: „Es gibt für die Mathematik immer mehr als es gibt.“ Nun müssen wir hinzufügen: Es gibt für die Mathematik unendlich mehr als unendlich. Die unendlichen Mengen führen zu Paradoxa. Das bekannteste, formalisiert von Russel und Burali-Forti: Die Potenzmenge der Menge aller Mengen ist Teil der Menge aller Mengen und zugleich mächtiger als diese.[29] Solche Mengen – die nicht mehr widerspruchsfrei formalisierbar sind – nennt Cantor absolut unendlich.[30] „Absolut“: Dieser Begriff ist nicht zufällig gewählt, sondern aus der Theologie entlehnt. Und so sind für Cantor die absolut unendlichen Mengen Symbole für Gott, im platonischen Sinn Abbilder göttlichen Seins.

Was heißt „unendlich“ nun in der zweiten Verwendungsform, beim nicht mengenmäßig fassbaren Unendlichen? Eine Definition ist hier im theologischen Bereich keine Setzung wie oben, sondern Explikation eines Wortgebrauchs, deshalb ein kurzer Blick in die relevanten Texte: Der Begriff des Unendlichen ist nicht biblisch. Zwar redet die Bibel sinngemäß von Gottes Unermesslichkeit (1 Kön 8,27: Der Himmel und die Himmel können dich nicht fassen), Allwissenheit (Sir 42,18-21: Meerestiefe und Menschenherz durchforscht er, und er kennt alle ihre Geheimnisse), Allmacht (Hi 42,2: Ich habe erkannt, dass du alles vermagst, nichts, was du sinnst, ist dir verwehrt), von Unerforschlichkeit (Hi 36, 26: Gott ist erhaben und wir begreifen es nicht) und Ewigkeit (Ps 90,2; 93,2: Gott ist ohne Anfang. Ehe die Berge geboren wurden, bist du o Gott), von Bleiben, Immerwähren in Bezug auf Gott und seine Gaben. Doch

[28] Vgl. DEDEKIND 1965,13 (§ 5 Nr. 64). Zur Diskussion verschiedener Definitionen des Unendlichen vgl. NEIDHART 2007, 8-11.
[29] Vgl. insgesamt zu den Paradoxien der Mengenlehre NEIDHART 2007, 93-99.
[30] Vgl. NEIDHART 2007, 70ff.

das alles ist nicht identisch mit „unendlich". Gott wird mit diesen Aussagen als Herr der Geschichte bezeichnet; hier ist die Rede von seiner Macht, Treue und Beständigkeit, von einer dichten, intensiven Zeitlichkeit, nicht von unendlichem Sein. Das mahnt uns: Vergiss, wenn du vom Unendlichen redest, wenn du mathematische Symbolik in der Gottrede verwendest, nicht, dass dein Gott ein lebendiges Gegenüber ist. Der Begriff des Unendlichen kommt also nicht aus Jerusalem zu den Christen, sondern aus Athen. Und er ist hier auch nicht von Anfang an mit dem Göttlichen verbunden. Für Aristoteles ist bspw. das Unendliche chaotisch, ungeformt und darum unerkennbar. Unendlich in dieser Weise ist die Materie.[31] Erst durch Plotin entwickelt sich die Vorstellung des göttlichen Einen als Unendlichkeit.[32] Das Unendliche wird hier nun nicht mehr mit Chaos und prinzipieller Unerkennbarkeit verbunden, sondern mit relativer (für uns Menschen) Unerkennbarkeit. Gregor von Nyssa wendet den Unendlichkeitsbegriff dann innerchristlich um zu einem positiven Ausdruck für die Vollkommenheit Gottes: Dieser sei unendlich, da undurchschreitbar, immer unendlich viel größer als das bereits Geschaute.[33] Die Entwicklung des Unendlichkeitsbegriffs in der Theologie war spätestens seit der Scholastik verschränkt mit mathematisch-logischen Überlegungen. Hier wollen wir nur noch auf einen Autor in der Frühscholastik schauen, nämlich noch einmal zu Anselm und seinem „aliquid quo nihil maius cogitari potest". Anselm spricht hier wohlgemerkt nicht vom Unendlichen. Seine Scheu vor dieser Begrifflichkeit ist zeittypisch: Sie partizipiert noch an der negativen Unendlichkeit des Aristoteles – weshalb Anselm unendlich auch nur die Sünde und das Böse nennt. Anselm dürfte hier auch nicht vorschnell „unendlich" sagen, denn man könnte ja, wie wir innerhalb der mathematischen Überlegungen sahen, über dieses Unendliche noch hinausdenken. Und doch kann „Das, über das Größeres hinaus nicht gedacht werden kann" aufgefasst werden als Definition des Unendlichen im obigen zweiten Sinn. Es ist eine nicht mehr vermehrbare Vollkommenheit, die durch keine Hinzufügung und Potenzierung übertroffen zu werden vermag. Es ist insofern ‚absolut' unendlich, unendliche Liebe, Güte, Wissen, Können. Und wie das mathematische (cantorsche) absolut Unendliche ist das Anselmische paradox. Anselm selbst sagt es bereits: Das, über das hinaus nichts Größeres gedacht werden kann, ist das größte, das wir denken können. Zugleich aber ist es größer als alles, was wir denken können, denn wir können den Gedanken fassen, dass es etwas gibt, das größer ist als das, was wir denken können.[34] Anselm fasst mit diesem Gottesbegriff also eine echte obere Schranke des Denkens, eine Grenze des unendlichen Transzendierens, den Unendlichen im Sinne der Theologie.

2.4 Vollkommen

Die Idee eines vollkommenen Gottes, der seine Geschöpfe nach seinem Abbild gestaltet, durchdringt die christliche Theologie. So beschreibt bspw. die heilige Theresa von Avila ihren „Camino de Perfección" (Weg zur Vollkommenheit), den Weg, den man verfolgen sollte, um zur Vollkommenheit zu gelangen. Die Sehnsucht nach Vollkommenheit prägte und bestimmte ihre unvollkommene Existenz.[35]

---

[31] Vgl. ARISTOTELES 1987 (Physik III, 4-7).
[32] Vgl.PLOTIN 1956, 188f. (Abschnitt 40).
[33] Vgl. MÜHLENBERG 1966, 110. 202.
[34] „Herr, Du bist also nicht nur, über dem Größeres nicht gedacht werden kann, sondern bist etwas Größeres, als gedacht werden kann. Weil nämlich etwas derartiges gedacht werden kann: wenn Du das nicht bist, kann etwas Größeres als DU gedacht werden, was nicht geschehen kann." (ANSELM 1995, 111; Proslogion 15).
[35] TERESA VON AVILA 2007 (Weg der Vollkommenheit).

Eine strukturell ähnliche Sehnsucht nach Vollkommenheit beseelte die Pythagoreische Schule und prägte ihr Gedankengut, sowohl in ihren mathematischen wie in ihren philosophisch-theologischen Ansätzen. Die pythagoreische Schule betrachtete die Welt als eine chaotische Ansammlung von Gegensätzen, die nur von einer göttlichen Instanz in Harmonie gebracht werden kann. Sie identifizierte diese göttliche Instanz mit einem Bestreben nach Ordnung und Harmonie. Späte Mitglieder der Schule entdeckten wichtige Eigenschaften des regelmäßigen Fünfecks, die als „göttlich" bezeichnet wurden. Ein „Pentagon" hat nämlich die Eigenschaft, dass seine Diagonalen, also die Seiten des so genannten Pentagramms, sich im Goldenen Schnitt schneiden. Hierbei ist die Länge des längeren Teilstückes genau die Länge einer Seite des Pentagons. Dies führte auch dazu, dass dem Pentagon und mehr noch dem Pentagramm magische Kräfte zugeschrieben wurden. Der Goldene Schnitt wurde als ein Instrument der Harmonie des Kosmos bezeichnet und wurde bewusst in der hellenistischen Architektur verwendet.

Abb. 2: Der Parthenon (gebaut im Goldenen Schnitt)

Platon betrachtete die regelmäßigen Polyeder (Tetraeder, Hexaeder, Oktaeder, Ikosaeder, Dodekaeder) als die Elementarkomponenten des Universums. Die Platonischen Körper, wie die regelmäßigen Polyeder genannt werden, wurden als Eckpfeiler einer Kosmologie interpretiert, an der sogar Kepler, viele Jahrhunderte später, festhielt.

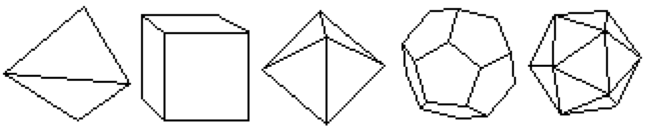

Abb. 3: Die platonischen Körper

Die Vollkommenheit als definierendes Merkmal Gottes und seiner Schöpfung entwickelte sich zum Ideal menschlichen Handelns. Dieses Ideal leitete die mathematische Entwicklung einer Wissenschaft der Optimierung hervor, die wiederum von theologischen Ansätzen konsolidiert wurde. In der Natur, so schrieben die „natürlichen Theologen" bis William Paley (1802), wird Gott durch ein Bestreben nach Perfektion präsent.[36] Für dieses Bestreben nach Perfektion konnte die Variationsrechnung Methoden für die Findung optimaler Lösungen liefern, die dann sowohl die Entwicklung der Ökonomie als auch die Entwicklung der Biologie bestimmen würden.

Wir sehen die Möglichkeit, mit Schülerinnen und Schülern die Konzepte von Optimierung und Vollkommenheit sowohl mathematisch als auch theologisch zu diskutieren,

[36] PALEY 1802.

unter anderem, damit ihnen ihr wissenschaftstheoretischer Zusammenhang bewusst wird. Diese Diskussion könnte im Mathematikunterricht beispielsweise in der 10. Klasse stattfinden, nachdem die wichtigsten Elemente der Differential- und Integralrechnung mitsamt Maxima und Minima vertraut geworden sind.

2.5 Komplexität und Komplexitätsreduktion

Optimalität und Vollkommenheit sind eine Seite der Medaille, wenn es sich um menschliche Entscheidungen handelt. Wir streben nach Vollkommenheit, aber unsere Zeit ist endlich und die Information, die uns zur Verfügung steht, ist nicht nur endlich, sondern manchmal sogar dürftig. Vollkommenheit als Anspruch einerseits und die Feststellung unserer Endlichkeit andererseits machen menschliches Leben aus. Optimale Entscheidungen beinhalten vollkommene Information und somit komplexe Verfahren. Aber die häufige Kondition menschlicher Entscheidungen ist eine wahre Ressourcenknappheit; diese wiederum strebt nach Vereinfachung. Die Mathematik der guten Entscheidungen lernt von der Theologie, wie man mit Komplexität umgehen kann. Die Theologie ist die älteste Wissenschaft, die das Problem der Komplexitätsreduktion stellte und oft erfolgreich löste. Denken wir an die Vorschriften, die ursprünglich von Gott überliefert wurden: „Sechshundertdreizehn Vorschriften sind überliefert worden; dreihundertfünfundsechzig Verbote entsprechen den Tagen des Sonnenjahres, und zweihundertachtundvierzig Gebote entsprechen den Gliedern des Menschen. Hierauf kam David und brachte sie auf elf…Hierauf kam Jesaja und brachte sie auf sechs…hierauf kam Jesaja abermals und brachte sie auf zwei…vielmehr, hierauf kam Habakuk und brachte sie auf eins, denn es heißt: Der Fromme wird durch seinen Glauben leben“ (Habakuk, 2,4)[37]. Ein Mensch kann die 613 Vorschriften nicht gleichzeitig erfassen. Wie kann man diese Komplexität reduzieren? Wie kann man das Gesetz Gottes „ganz einfach“ ausdrücken? Diese Frage prägt die jüdisch-christliche Lehre. Bereits die 10 Gebote sind eine Reduktion der Vorschriften, die das Wesentliche beinhalten. Jahrhunderte später ist das Evangelium ein Dokument der Kraft einfacher Gleichnisse und Formulierungen.
Die moderne Mathematik der Entscheidungsfindung – Theory of Decision Making – lässt sich von dieser Komplexitätsreduktion inspirieren. Der Mensch kann theoretisch Optimalität und die damit verbundene Komplexität betrachten und sich sogar danach sehnen, aber für sein alltägliches Leben braucht er einfache Heuristiken, die unter den üblichen Einschränkungen von Zeit und Ressourcen vollbracht werden können.[38] Diese Heuristiken sind notwendigerweise auch naiv, da sie komplexe Zusammenhänge strikt ignorieren.

3. Perspektiven und Anregungen für die Fachdidaktiken und die Kooperationen in der Schule

3.1 Aus Sicht der Theologie

In der aktuellen religionsdidaktischen Diskussion gibt es in zweifacher Hinsicht Gesprächsbedarf mit der Mathematikdidaktik, zum einen seitens der Kindertheologie, zum anderen seitens der Kirchenraumpädagogik.
Kindertheologie versteht sich als didaktisches Leitbild, welches das Kind als Subjekt des Lernens in das Zentrum des Unterrichtsgeschehens rückt. Inhaltlich folgt daraus eine Konzentration auf die großen Fragen der Kinder, methodisch die Ausrichtung auf eine Hermeneutik der Aneignung, welche eine adressaten- und sachgemäße di-

[37] Babylonischer Talmud, zitiert nach RATZINGER 2007, 136.
[38] GIGERENZER / TODD / THE ABC GROUP 1999.

daktische Reduktion theologischer Inhalte impliziert. Auf diese Weise finden Themen und Texte Eingang in den Unterricht der Primarstufe und des Anfangs der Sekundarstufe I, die vor 15 Jahren, wenn überhaupt, dann für die Sekundarstufe II reserviert waren.[39] Dazu gehört auch gottesbeweisförmiges Argumentieren, da die Frage nach Gründen für Glauben oder Unglauben heute eine der großen Kinderfragen ist.[40] Selbstverständlich darf die Gottrede in keiner Altersstufe primär begrifflich abstrakt sein, doch verlangt die Frage nach guten Gründen für den Glauben auch eine argumentative Auseinandersetzung. Dies könnte zum Anlass genommen werden, der Dichotomie der religiösen und mathematischen Weltzugänge bereits zu Beginn ihres Entstehens gegenzusteuern. Nicht zuletzt, wenn das Leitbild der Kindertheologie auf eine Theologie der Jugendlichen ausgedehnt wird, könnten sich hier Möglichkeiten einer fächerverbindenden Zusammenarbeit ergeben.

„Aber Jakob zog aus von Beerscheba und machte sich auf den Weg nach Haran und kam an eine Stätte, da blieb er über Nacht, denn die Sonne war untergegangen. Und er nahm einen Stein von der Stätte und legte ihn zu seinen Häupten und legte sich an der Stätte schlafen. Und ihm träumte, und siehe, eine Leiter stand auf Erden, die rührte mit der Spitze an den Himmel, und siehe, die Engel Gottes stiegen daran auf und nieder“ (Gen 28, 10-12).

Gegen Ende des ersten Lebensjahrzehnts entsteht in unserem Gehirn ein Wunder, das für unsere religiösen Vorstellungen so wichtig ist wie für unser Verständnis von Mathematik[41]: In unserem mentalen Vorstellungsraum können wir die unendliche Leiter zum Himmel tatsächlich *sehen*. Wir können uns Prozesse vorstellen, bei denen stets ein weiterer Schritt möglich ist, wir können uns eine unendliche Anzahl von Leitern vorstellen, die einander folgen und die jeweils unendlich viele Sprossen besitzen. Wir können uns vorstellen, wie wir hinaufklettern, indem wir Sprosse für Sprosse erklimmen oder aber auch auf die nächste Leiter springen. In unserem Vorstellungsraum können wir uns sogar unendlich viele Systeme aus unendlichen Leitern vorstellen und so weiter. Wir können aber auch, beispielsweise, mental unendlich oft aus einer Urne ziehen, eine mentale Handlung, die für die Stochastik unentbehrlich wird. Diese wunderbare Fähigkeit, das Unendliche zu konzipieren, ist bereits im ersten Schritt „zum Himmel“ dokumentiert, also im Traum Jakobs. Hier böte sich vielleicht mit der Diskussion zum Thema „Jakobs Leiter zum Himmel“ bereits am Ende der Grundschule ein kindertheologisches Element, das Religion und Mathematik verbinden kann. Viele berühmte Illustrationen dieser Leiter können als interessantes didaktisches Material verwendet werden.

[39] Vgl. bspw. den „Unterrichtsversuch zum ‚freien bzw. unfreien Willen' in einer 5. Klasse“ als Beispiel eines Theologisierens mit Kindern an der Hand „theologischer Klassiker“ (hier Martin Luther, Vom unfreien Willen), BÜTTNER / RUPP 2002, 21-78.
[40] Das Kinderbuch „Gelb und Rosa“ (STEIG 2000) bietet hier eine anregende Gesprächsbasis.
[41] Zur Entwicklung der Vorstellung vom Unendlichen vgl. TALL 2001, FISCHBEIN 1979.

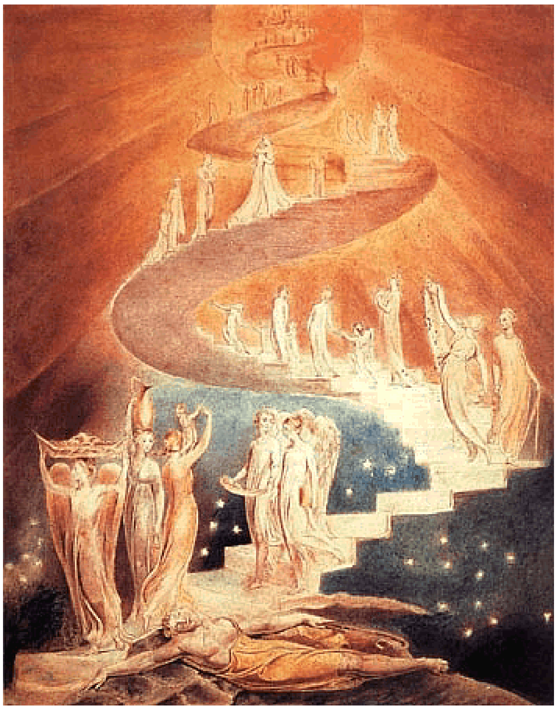

Abb.4: Jakobs Leiter in einer Illustration von W. Blake

Im engeren Sinne wird der Begriff des Unendlichen allerdings aus entwicklungspsychologischen Gründen erst gegen Ende der Sekundarstufe I in einem jugendtheologischen und zugleich mathematischen Angang in den Mittelpunkt gestellt werden können. Er ist einerseits mathematisch vielfältig und motivierend, bündelt andererseits viele theologische Themen der Jugendlichen, von der Frage nach einem personalen Gottesbild bis zur Bedeutung von Vorstellungen und Symbolisierungen. Dies didaktisch aufzuarbeiten wäre deshalb sicher lohnenswert.

Kirchenpädagogik inszeniert eine persönliche Begegnung mit dem Raum und darin mit der in ihr feiernden Gemeinde und dem, an den sich das Lob und der Dank der Gemeinde richtet. Kirchen sind allerdings nicht nur gebauter Glaube, sondern gebaute Mathematik. Durch Messen, Aufsuchen (vollkommener) Formen und Körper, von Zahlenverhältnissen und Symmetrien kann der Kirchenraum auf spezifischem Wege wahrgenommen werden. Die so gewonnenen Erkenntnisse vertiefen die anschließende Erklärung und Deutung. Auch die Aneignung des Kirchenraums kann bspw. durch (Nach-)Konstruktion von Maßwerkfenstern, durch Falttechniken oder Nachbau aus den zugrunde liegenden Körpern, Zeichnen eines Röntgenbilds einer Kirche[42] etc. mathematisch-künstlerisch sein. Hier ist eine Zusammenarbeit der Kirchenpädagogik mit der Mathematikdidaktik (siehe auch 3.2.3) und eine Verbindung beider Unterrichtsfächer vielversprechend.

3.2 Aus Sicht der Mathematik

Die moderne Mathematikdidaktik rät zur kontextuellen Einführung mathematischer Objekte: Mathematik soll nicht als trockenes formales System präsentiert werden, sondern als die Sprache, in der das „Buch der Natur geschrieben ist“[43], also die

[42] Vgl. RUPP 2006, 241.

[43] “Egli [l’universo] e scritto in lingua matematica e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi e impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi e un agirarsi vanamente per un oscuro labirinto.” (GALILEI 1964, 631).

Sprache, die es uns ermöglicht, die Natur zu verstehen, und die Sprache, die unser Wirken in der Natur rigoros und stringent gestaltet. Mathematik ist zwar abstrakt und transzendent, aber sie entsteht aus der Analyse sowohl der Naturphänomene als auch der sozialen Verträge zwischen Menschen. Sie ist vielleicht das größte Geschenk eines mathematisch denkenden Gottes, der es uns Menschen erlauben will, die Systeme der Natur wenigstens partiell zu verstehen und in ihrem Rahmen kohärent zu handeln. Transzendenz, Beweis, Unendlichkeit, Vollkommenheit und Komplexitätsreduktion sind Pfeiler der Verschränkung zwischen Theologie und Mathematik; ihre Genese kann den Schülerinnen und Schülern in verschiedenen Epochen ihrer Entwicklung erläutert werden. Vor allem sollen auch die Grenzen einer absolut-mathematischen Reduktion der menschlichen Realität den Schülerinnen und Schülern am Beispiel der Gedanken von Denkern wie Pascal oder, um einen ähnlich denkenden lebenden mathematischen Physiker zu nennen, auch Freeman Dyson[44] verdeutlicht werden. Obschon es bis heute so wenig Berührungspunkte zwischen Mathematik und Religion im konkreten Mathematikunterricht gegeben hat, wollen wir hier enthusiastisch empfehlen, diese Verschränkungen bewusst zu besprechen und von ihrer Aussagekraft didaktisch zu profitieren. Dabei ist es wichtig, sich nicht auf *eine* Religion einzuschränken, sondern zu versuchen, aus mehreren zu schöpfen.

3.2.1 Zahlen und Zahlenmystik

Dass Zahlen nicht nur „rein quantitative“ Konstrukte zur Abzählung von Objekten sind, ist nicht nur in der westlichen Welt bekannt. Die Pythagoreische Schule sah in den Zahlen und in den Proportionen zwischen Zahlen das göttliche Instrument, um die Welt harmonisch zu gestalten. Manche Zahlen und, vor allem, manche Proportionen wurden von der Pythagoreischen Schule als heilig betrachtet. Auch die jüdische Lehre der Kabbala, die mit der Lehre des Zohars, also des Glanzes Gottes eng verwoben ist, sieht in den Zahlen göttliche Zeichen, die uns gegeben werden als Instrumente für die Interpretation der göttlichen Gesetze.

Die Zahl Sieben hat unter allen natürlichen Zahlen eine ganz besondere, beinahe magische Stellung. Wir wollen einige Instanzen der Präsenz dieser Zahl auflisten, die den Liebhabern von Religion und Mathematik sicher bekannt sind:

1. die sieben Tage der Kreation der Welt und somit die sieben Tage der Woche
2. die sieben Todsünden
3. die sieben Sakramente der katholischen Kirche
4. die sieben Elementarkatastrophen der mathematischen Katastrophentheorie[45]
5. die sieben heiligen Tempel der arabischen Welt
6. die sieben fetten und die sieben mageren Jahre im Traum Josephs
7. die sieben Häupter des monströsen Tiers in der Offenbarung des Johannes

[44] DYSON 2000.
[45] THOM 1989.

Abb. 5: Die sieben Häupter des monströsen Tiers der Offenbarung

Warum scheint die Sieben, mehr als alle anderen Zahlen, eine mystische Bedeutung zu besitzen? Vielleicht ist der Grund ganz einfach. Die Psychologie lehrt uns, dass der Mensch bei mehr als sieben gleichartigen Gegenständen nicht mehr spontan ihre Anzahl wahrnehmen kann: Er muss abzählen. Sie lehrt uns auch, dass unser Kurzzeitgedächtnis mit 7 ± 2 Informationsstückchen gut arbeitet, aber nicht mit mehr.[46] Unsere Fähigkeit, Bijektionen spontan und synchron zu bilden, kann diese Schicksalszahl höchstens um eine oder zwei Einheiten überwinden. „Die Kunst des Abzählens und somit die ganze Arithmetik geht aus dem Versuch hervor, diese natürliche Beschränkung des Menschen zu überwinden."[47]

Wir haben in diesem Artikel nicht den Raum, über die vielen anderen Zahlen zu berichten, die in der Verschränkung zwischen Mathematik und Religion von Bedeutung sind. Es sei aber erinnert, dass es sich hier nicht nur um natürliche Zahlen dreht. Die „divina proportio", das göttliche Verhältnis, das bereits die Pythagoreische Schule akribisch untersucht hatte und das mehr als fünfzehn Jahrhunderte später der Franziskanerpater Luca Paciuoli – mitsamt Illustrationen von Leonardo da Vinci – in seinem Buch „De divina proportione"[48] ausführlich behandelte, entspricht der irrationalen Zahl Φ, die auch als Goldener Schnitt bekannt ist. Wir sehen es als starke Motivation für Schülerinnen und Schüler, die historische Bedeutung von Zahlen innerhalb der religiösen Lehre kennen zu lernen. Bei der „göttlichen Proportion" oder dem Goldenen Schnitt muss hier erwähnt werden, dass sie bereits Teil des Materials für die Anwendung der Mitternachtsformel zur Lösung quadratischer Gleichungen geworden ist. An der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg wurden auch Hauptseminare zum Goldenen Schnitt angeboten, bei denen auch die religiösen Verbindungen behandelt wurden.

3.2.2 Die Symmetriegruppen der arabischen Muster in den religiösen Bauten des Islams

Das Gebot, kein Abbild von Gott herzustellen, wurde von den drei monotheistischen Religionen in sehr verschiedener Intensität beherzigt. Der Islam ist diesem Gebot am stringentesten gefolgt. Nicht nur keine Abbildungen des Herrn, sondern auch keine

---

[46] MILLER 1956 (The magical number 7 ± 2).
[47] UNENDLICH PLUS 1, Spektrum der Wissenschaft, Spezial 2/05.
[48] FRA LUCA PACIUOLI 1988 (De divina proportione).

Abbildungen seiner Kreaturen, Menschen, Tiere oder Pflanzen durften in der Geschichte des Islams von den islamischen Künstlern erstellt werden. Diese strenge Haltung bewirkte eine Kreativität in der Gestaltung von abstrakten Mustern und Ornamenten, die in der Welt unübertroffen bleibt. Mit diesen abstrakten Ornamenten schmückten die islamischen Künstler ihre religiösen Bauten. Andreas Speiser[49] zeigte, dass die invarianten Muster von 16 der 17 Symmetriegruppen der Ebene in den Ornamenten von arabischen Tempeln in Ägypten, in Spanien und in der Türkei realisiert wurden. Die 16 verschiedenen Muster, die die islamische Welt verwendete, sind in unserer Illustration wiedergegeben.[50] Einige wenige dieser Muster erscheinen auch als Ornamente in christlichen Bauten, insbesondere in den Rosen der Glasmalerei (siehe 3.2.3). Das Thema der Symmetrieabbildungen wird in der Schule bereits in der Grundschule behandelt. Die kleinen Kinder lernen bereits in der zweiten Klassenstufe, kleine Figuren um einen Punkt und um eine Achse zu spiegeln. Später, in der Sekundarstufe, werden Symmetrieabbildungen in rigoroser Form behandelt. Wir schlagen vor, diese Gelegenheit zu nutzen, den Schülerinnen und Schülern Material aus den Mustersammlungen der religiösen Bauten anzubieten, und zwar nicht nur aus dem westlichen Raum, auch wenn die Klassifikation der 17 Symmetriegruppen der Ebene in der Schule nicht formal bewiesen werden kann.[51]

Abb. 6: 16 invariante Muster von 16 der 17 Symmetriegruppen der Ebene

[49] SPEISER 1923, viii, 194.
[50] http://www.spsu.edu/math/tile/grammar/moor.htm.
[51] CHORBACHI 1989.

3.2.3 Proportionen und Symmetrien der Kathedralen

Der Bau der Kathedralen gilt heute als unübertroffene interdisziplinäre Zusammenarbeit von Theologen, Architekten, Mathematikern und Künstlern. Es würde den Rahmen unserer Möglichkeiten und dieser Arbeit sprengen, auch nur einen Bruchteil der mathematischen Überlegungen darzulegen, die im Prozess der Konstruktion einer Kathedrale notwendig wurden. Wir wollen aber doch betonen, welche göttlichen Zahlen, Proportionen und Grundfiguren für den Bau der Kathedralen charakteristisch waren, und zwar an dem konkreten Beispiel der Kathedrale von Lausanne[52]. Der Besuch dieser Kathedrale kann zum spannendsten mathematischen Ereignis werden, wenn man einige Fakten kennt: Die Zahlen, die in dieser Kathedrale eine leitende Rolle spielen, sind der Goldene Schnitt und die natürlichen Zahlen 4, 5, 8 und 12. Das Fünfeck und der Goldene Schnitt sind an den menschlichen Figuren immer wieder zu erkennen. Auch die Apsis der Kathedrale ist nach dem Goldenen Schnitt konzipiert worden.

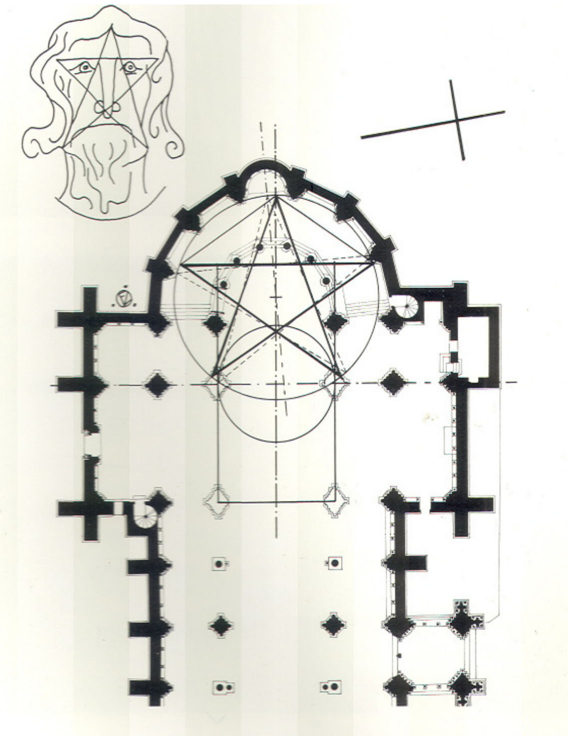

Abb. 7: Teil des Grundrisses der Kathedrale von Lausanne

Das Taufbecken der Kathedrale von Lausanne ist achteckig, wie es die Tradition der katholischen Kirche festlegt. Interessant ist die Rose des Hauptglasfensters: eine Rose, die als Superposition von regelmäßigen Figuren konstruiert ist, die quadratisch, achteckig und zwölfeckig sind. Wir zeigen einen kleinen Ausschnitt der Rose, nämlich ihr Zentrum, sowie die Folge von Zeichnungen, die für die Konstruktion der Rose notwendig sind.

[52] CHAUDET 1975.

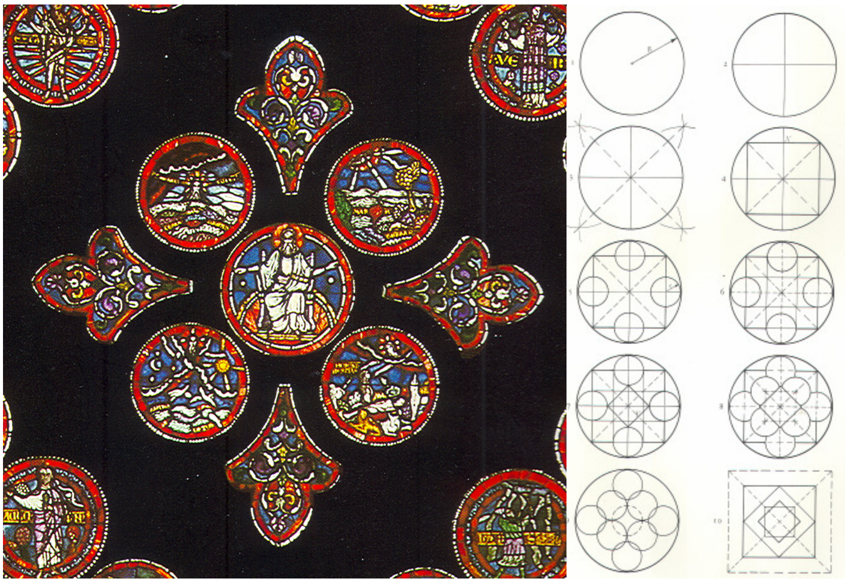

Abb. 8: Das Zentrum der Rose im Hauptglasfenster der Kathedrale in Lausanne und die Konstruktion als Superposition von Kreisen und Quadraten.

Nicht nur die gotischen Kathedralen sind streng nach den Symmetrien von Quadraten, Achtecken und sogar Zwölfecken und anhand des Goldenen Schnittes gebaut worden. Auch die Barockzeit richtete sich nach der Geometrie der Zahl vier und ihrer Vielfachen. Die Kirche Sant'Agnese dell'Agone in Rom ist ein Beispiel dafür. Wir zeigen ein Bild der Kuppel, das diese Symmetrien illustriert.

Abb. 9: Die Kuppel der Kirche von Sant'Agnese dell'Agone in Rom

Wir stellen uns vor, dass Schülerinnen und Schüler Freude an Geometrie und Symmetrielehre finden können, wenn ihnen die Bedeutung von Symmetrie und Regelmäßigkeit (Vollkommenheit) in den religiösen Bauten des Christentums und des Islams bewusst wird.

3.2.4 Religion und Mathematik im Jahr der Mathematik

„Da uns zu den göttlichen Dingen nur der Zugang durch Symbole als Weg offen steht, so ist es recht passend, wenn wir uns wegen ihrer unverrückbaren Sicherheit mathematischer Symbole bedienen." Dieses Zitat stammt vom „Theomatiker" Nicolaus von Cues und wurde von Gregor Nickel zur Eröffnung des schon mehrfach erwähnten Rom-Seminars 2006 „Theologie und Mathematik" verwendet. Nickel betonte, dass gegen den Rat des Cusanus allerdings weder die Theologie Symbole der Mathematik verwendet noch die Mathematik ihre unverrückbare Sicherheit behalten habe. In einer Zeit der Unsicherheit können dennoch Religion und Mathematik einen spannenden Dialog führen, unter der Bedingung, dass beide Disziplinen flexibel und adaptiv miteinander umgehen. Und im Jahr der Mathematik ist es spannend, sich vorzustellen, wie Schülerinnen und Schüler die Verschränkung von Mathematik und Religion erleben können, und zwar an Konzepten wie Transzendenz, Beweis, Unendlich, Vollkommenheit, Komplexitätsreduktion, und an konkreten Beispielen der Rolle von Zahlen in der Religion sowie der Ornamente der islamischen Tempel mitsamt den Symmetriegruppen, die sie invariant lassen. Daraus kann sowohl eine stärkere Motivation für Mathematik entstehen als auch eine tiefere Bindung zu den ewigen Themen der Religion.

Literatur

ACHTNER, WOLFGANG, Infinity in science and religion. The creative role of thinking about infinity, in: Neue Zeitschrift für systematische Theologie und Religionsphilosophie 47 (2005), 392-411.

ANSELM VON CANTERBURY, Proslogion. Untersuchungen. Lateinisch-deutsche Ausgabe von P. Franciscus Salesius Schmitt, Stuttgart-Bad Cannstatt [3]1995.

ARMBRUST, ANSGAR, Calculations between music and religion. Ein Choral nach Adam Ries. Rechnen zwischen Musik und Religion, in: PM. Praxis der Mathematik. Sekundarstufen 1 und 2, 41 (1999), 275.

ARISTOTELES, Physik. Vorlesungen über die Natur. Band 1 (Buch 1-4), hg. und übersetzt von Hans Günter Zekl, Hamburg 1987.

AUGUSTINUS, AURELIUS, De libero arbitrio. Über den freien Willen, in: DERS., Theologische Frühschriften. Lateinisch/Deutsch. Übersetzt und erläutert von Wilhelm Thimme, Zürich / Stuttgart 1962.

BREIDERT, WOLFGANG, Theologie und Mathematik. Ein Beitrag zur Geschichte ihrer Beziehung, in: VON TOEPELL, MICHAEL (Hg.), Mathematik im Wandel. Bd. 1. Anregungen zu einem fächerübergreifenden Mathematikunterricht, Hildesheim 1998, 78-88.

BÜTTNER, GERHARD / RUPP, HARTMUT (Hg.), Theologisieren mit Kindern, Stuttgart 2002.

CHAUDET, PAUL (Hg), Merveilleuse Notre-Dame de Lausanne, Lausanne, 1975.

CHORBACHI, WASMA'A K., In the tower of Babel: beyond symmetry in Islamic design. Symmetry 2: unifying human understanding, Part 2, in: Comput. Math. Appl. 17 (1989), H. 4-6, 751-789.

DASTON, LORRAINE, Classical Probability in the Enlightenment, Princeton 1988.

DEDEKIND, RICHARD, Was sind und was sollen Zahlen? Braunschweig [10]1965.

DYSON, FREEMAN, Progress in religion (2005) A talk by Freeman Dyson: http://www.edge.org/3rd_culture/dyson_progress/dyson_progress_p1.html.

DERS., Mathematik und Theologie, in: ThGl 90 (2000), 666-679.

FERRANDI, CLEMENTINA, La discussione del concetto di infinito tra matematica, filosofia e teologia: Georg Cantor e la Scolastica cristiana, in: Angelicum 82 (2005), 187-214.

FISCHBEIN, EPHRAIM / TIROSCH DAVID / HESS, PAUL, The intuition of infinity, in: Educational Studies in Mathematics 10 (1979), 3-40.

GALILEO GALILEI, Il Saggiatore (1623), in: Opere, Turin 1964.

GIGERENZER, GERD, Evolution des statistischen Denkens, in: Zeitschrift für Erziehungswissenschaften 32 H. 1 (2004), 4-22.

GIGERENZER, GERD / TODD, PETER / THE ABC GROUP, Simple Heuristics that Make us Smart, New York 1999.

GLOCKZIN-BEVER, SIGRID / SCHWEBEL, HORST (Hg.), Kirchen Raum Pädagogik, Ästhetik, Theologie, Liturgik Bd. 12, Münster 2002.

GÖDEL, KURT, Collected works. Band 3, hg. von SOLOMON FEFERMAN, Oxford 1995.

HARDY, GODFREY HAROLD, A Mathematician's Apology, in: "A Mathematician's Apology with a preface by C.P.Snow, New York 1993.

HATTRUP, DIETER, Ist Gott ein Mathematiker? Georg Cantors Entdeckungen im Unendlichen, in: ThGl 86 (1996), 260-280.

HAUNHORST, BENNO, Mathematik und Theologie, in: rhs 29 (1986), 296-311.

KANT, IMMANUEL, Kritik der reinen Vernunft, in: DERS., Werke in 12 Bänden. Band IV, hg. von Wilhelm Weischedel, Frankfurt/M. [13]1995.

MCDERMOTT, JOHN M., Zwei Unendlichkeiten bei Thomas von Aquin: Gott und Materie, in: THPH 61 (1986),176-203.

MILLER, GEORGE, The magical number 7 ± 2, Psychological Review 63 (1956), 81-97.

MOTZER, RENATE, Fächerübergreifendes Lernen im Mathematik- und Religionsunterricht, in: GRAUMANN, GÜNTER (Hg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2005, Vorträge auf der 39. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 28.2. bis 4.3.2005 in Bielefeld, Hildesheim / Berlin 2005, 412-416.

MÜHLENBERG, EKKEHARD, Die Unendlichkeit Gottes bei Gregor von Nyssa. Gregors Kritik am Gottesbegriff der klassischen Metaphysik, Göttingen 1966.

MÜLLER, KLAUS, Wieviel Vernunft braucht der Glaube? Erwägungen zur Begründungsproblematik, in: DERS. (Hg.), Fundamentaltheologie – Fluchtlinien und gegenwärtige Herausforderungen, Regensburg 1998, 77-100.

DERS., Wenn ich 'ich' sage. Studien zur fundamentaltheologischen Relevanz selbstbewußter Subjektivität (RSTh 46), Frankfurt/M. 1994.

NEIDHART, LUDWIG, Unendlichkeit im Schnittpunkt von Mathematik und Theologie, Göttingen 2007.

NIKOLAUS VON CUES, Gespräch über das Seinkönnen, Stuttgart 1984.

PACIUOLI, LUCA, De divina proportione, in: WINTERBERG, CONSTANTIN (Hg.), Die Lehre vom Goldenen Schnitt, nach der Venezianischen Ausgabe vom Jahre 1509, Wien 1988.

PALEY, WILLIAM, Natural Theology, or Evidences of the Existence and Attributes of the Deity collected from the Appearances of Nature (1802), LONDON ^{16}1819.

PAIS, ABRAHAM, Raffiniert ist der Herrgott… Albert Einstein. Eine wissenschaftliche Biographie, Heidelberg / Berlin 2000.

PLOTIN, Schriften, Band IVa, hg. und übersetzt von Richard Harder, Hamburg 1956.

PRÖPPER, THOMAS, Evangelium und freie Vernunft. Konturen einer theologischen Hermeneutik, Freiburg 2001.

RADBRUCH, KNUT, Mathematik in den Geisteswissenschaften, Göttingen 1989.

RATZINGER, JOSEPH, Jesus von Nazareth. Von der Taufe im Jordan bis zur Verklärung, Freiburg 2007.

REICHEL, HANS-CHRISTIAN, Mathematik und Theologie (gem. m. E. Köhler), in: RÖTTEL, KARL / KÖHLER, HARTMUT (Hg.), Mathe – ja bitte. Wege zu einem anderen Unterricht, Buxheim / Eichstätt 1998, 111-118.

RITTER, WERNER H., Zum Verständnis von „Unendlichkeit“ in fächerübergreifender Kooperation von Religions- und Mathematikunterricht, in: rhs 37 (1994), 42-52.

ROTHGANGEL, MARTIN, Didaktik – und nicht Methodik. Worin besteht die Bedeutung der Religionspädagogik im Dialog zwischen Theologie und Naturwissenschaft? Ein Plädoyer für das Potenzial einer subjektbezogenen Religionspädagogik, in: KatBl 128 (2003), 133-136.

RUDOLF, JÖRG, Aspekte der Unendlichkeit. Fächerverbindender Unterricht Mathematik – Religion, in: Mathematik Lehren. Die Zeitschrift für den Unterricht in allen Schulstufen 112 (2002), 54-57.

RUPP, HARTMUT (Hg.), Handbuch der Kirchenpädagogik. Kirchenräume wahrnehmen, deuten und erschließen, Stuttgart 2006.

SPEISER, ANDREAS, Die Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung, mit Anwendungen auf algebraische Zahlen und Gleichungen sowie auf die Kristallographie, Berlin 1923.

STEIG, WILLIAM, Gelb und Rosa, Hildesheim 2000.

TERESA VON AVILA, Weg der Vollkommenheit, hg., übers. und eingeleitet von Ulrich Dobhan. Vollständige Neuübertragung, Freiburg i. Br. / Basel / Wien ^{3}2007.

THOM, RENÉ, Structural Stability and Morphogenesis: An Outline of a General Theory of Models, Reading 1989.

TÜRK, HANS GÜNTHER, Positionen und Perspektiven in der Wissenschaftstheorie der Theologie, in: DERS. (Hg.), Fundamentaltheologie – Fluchtlinien und gegenwärtige Herausforderungen, Regensburg 1998, 77-100.

UNENDLICH PLUS EINS, Spektrum der Wissenschaft, Spezial 2 (2005).

WEISGERBER, GERHARD, Gott beweisen: mehr als ein Denkspaß, damit der Theologe auch einmal mit dem Mathematiker ins Gespräch kommt?, in: rhs 40 (1997), 52-59.

ZANONI, PIETRO, Mathematik über Theologie... vielleicht!, in: DOLL, RAMON / GIESEN, GREGOR / NÜBLER, JOHANNES (Hg.), Ratio – Intellectus – Fides. Begegnung von Mathematik und Theologie, Tübingen 2006, 19-24.

Abbildungen

ABB: 2: AUS HTTP://WWW.PHYSIK.UNI-WUERZBURG.DE/~HTKRAMER/SCHNITT/

ABB. 3: AUS: HTTP://WWW.MATHEMATISCHE-BASTELEIEN.DE/PLATONISCH.HTM

ABB. 4: Aus www.payer.de/religionskritik/karikatur706.gif)

ABB. 5: Aus UNENDLICH PLUS 1 (SPEKTRUM DE WISSENSCHAFT, SPEZIAL 2/2005, SEITE 8)

ABB. 6: AUS SYMMETRIC PATTERNS: RELIGIOUS SITES (HTTP://WWW.SPSU.EDU/MATH/TILE/GRAMMAR/MOOR.HTM)

ABB.7, 8: AUS CHAUDET 1975 (MERVEILLEUSE NOTRE-DAME DE LAUSANNE, CATHÉDRALE BOURGUIGNONNE)

ABB. 9: AUS EINER POSTKARTE